

# 基于 CSI 张量分解的室内 Wi-Fi 指纹定位方法

周牧<sup>1,2</sup>, 龙玥辛<sup>1,2</sup>, 蒲巧林<sup>1,2</sup>, 王勇<sup>1,2</sup>, 何维<sup>1,2</sup>

(1. 重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065; 2. 重庆邮电大学移动通信技术重庆市重点实验室, 重庆 400065)

**摘 要:** 针对指纹库规模的增大导致 CSI 指纹的训练成本和处理复杂性显著增加的问题, 提出了一种基于 CSI 张量分解的室内 Wi-Fi 指纹定位方法。首先, 将基于平行因子分析模型的张量分解算法和交替最小二乘迭代算法相结合以减少环境噪声的干扰; 其次, 利用张量小波分解算法对降噪后的张量进行特征提取以得到 CSI 位置指纹; 最后, 基于偏最小二乘回归算法建立定位模型以实现位置估计。实验结果表明, 所提算法在定位误差 4 m 内的置信概率为 94.88%, 验证了其在拟合 CSI 位置指纹和位置坐标关系的同时具有较好的定位性能。

**关键词:** 室内定位; 位置指纹; 信道状态信息; 张量分解; 回归分析

中图分类号: TN92

文献标识码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2021218

## Indoor Wi-Fi fingerprint localization method based on CSI tensor decomposition

ZHOU Mu<sup>1,2</sup>, LONG Yuexin<sup>1,2</sup>, PU Qiaolin<sup>1,2</sup>, WANG Yong<sup>1,2</sup>, HE Wei<sup>1,2</sup>

1. School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China  
2. Chongqing Key Laboratory of Mobile Communications Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

**Abstract:** Aiming at the problem that as the scale of the fingerprint database increases, the training cost and processing complexity of CSI fingerprints will also greatly increase, an indoor Wi-Fi fingerprint localization method based on CSI tensor decomposition was proposed. Firstly, the tensor decomposition algorithm based on the PARAFAC (parallel factor) analysis model and the ALS (alternate least squares) iterative algorithm were combined to reduce the interference of the environment. Then, the tensor wavelet decomposition algorithm was used to extract the feature and obtain the CSI fingerprint. Finally, a localization model was established based on the PLSR (partial least squares regression) algorithm to realize the location estimation. Experimental results show that the confidence probability of the proposed method is 94.88% within 4 m localization error, which verifies that the proposed method has good localization performance while fitting the relationship between CSI location fingerprints and location coordinates.

**Keywords:** indoor localization, location fingerprint, channel state information, tensor decomposition, regression analysis

### 1 引言

随着移动互联网时代向物联网时代的逐步发

展, 基于位置的服务 (LBS, location-based service) 得到了越来越广泛的应用。全球定位系统 (GPS, global positioning system)<sup>[1]</sup>和蜂窝定位系统<sup>[2]</sup>是目

收稿日期: 2021-05-31; 修回日期: 2021-09-27

基金项目: 重庆市教委科学技术研究基金资助项目 (No.KJZD-K202000605, No.KJQN201900603); 重庆市自然科学基金资助项目 (No.cstc2020jcyj-msxmX0842, No.cstc2020jcyj-msxmX0865); 国家自然科学基金资助项目 (No.61901076, No.61704015); 重庆市研究生科研创新基金资助项目 (No.CYS21293)

**Foundation Items:** The Science and Technology Research Program of Chongqing Municipal Education Commission (No.KJZD-K202000605, No.KJQN201900603), Chongqing Natural Science Foundation Project (No.cstc2020jcyj-msxmX0842, No.cstc2020jcyj-msxmX0865), The National Natural Science Foundation of China (No.61901076, No.61704015), Postgraduate Scientific Research and Innovation Project of Chongqing (No.CYS21293)

前最成熟的 2 种室外定位系统, 它们可为室外用户提供准确的位置信息, 但由于室内环境的复杂性以及人员走动对信号传播的影响, 用户在室内难以稳定地接收来自卫星和蜂窝基站的信号。为此, 众多学者展开研究并提出了射频识别定位系统、ZigBee 定位系统、蓝牙定位系统、Wi-Fi 定位系统等多种室内定位系统。其中, 由于 Wi-Fi 网络具有部署成本低、环境适应性强、覆盖范围广等优势, Wi-Fi 室内定位系统<sup>[3]</sup>得到了广泛应用。

Wi-Fi 室内定位系统通常使用 2 种测量特征: 接收信号强度 (RSS, received signal strength) 和信道状态信息 (CSI, channel state information)。RSS 指纹特征维数低且空间分辨率低, 导致定位精度低。相比于 RSS, CSI 包含了信号传输过程中更细粒度和多样化的物理层信息 (如多通道子载波相位和幅度信息), 可用于刻画信号散射、衰落和功率随距离衰减的综合效应, 从而被广泛应用于 Wi-Fi 高精度定位系统。近年来, 国内外学者提出了基于几何、基于指纹以及基于数据融合等的多种 CSI 室内定位技术, 其中, 基于 CSI 指纹的室内定位技术因其处理效率高、抗干扰性强、定位精度高等优点得到了广泛应用, 但仍然面临诸多挑战。

首先, 由于手机采集的 CSI 相较于 RSS 来说, 更容易受到环境的影响, 稳定性较差, 因此需要进行降噪处理。早期的局部平滑滤波算法, 如高斯滤波<sup>[4]</sup>和均值滤波<sup>[5]</sup>, 通过平滑处理来去除噪声, 但这类方法难以处理图像的纹理信息等非平滑部分, 所以不能在降噪的同时有效保留纹理信息。空域降噪算法<sup>[6]</sup>以随机噪声的零和特点为理论基础进行降噪处理, 但其主要针对随机噪声的降噪, 而未去除因设备缺陷导致的一些脉冲噪声。考虑到矩阵的表示形式容易破坏数据的原始空间结构, 文献[7]提出了一种基于非局部相似的非负 Tucker 分解方法, 实现了空间域的非局部相似性和光谱域的全局相似性。该方法利用非局部相似性, 在合适的窗口大小下, 将高光谱图像中提取的三维全波段斑块进行分组并形成三阶张量。实验结果表明, 该方法在减少计算量的同时提高了高光谱图像的质量。

其次, 降噪后的 CSI 中稀疏分布着有用的结构和成分, 为了提取其隐含的特征, 需要进行特征提取。文献[8-9]提出一种主体组合成分分析和线性决策分析的方法来提取最相关的特征向量以减少维数。文献[10]提出了一种基于二维离散小波变换的

跨域尺度变换方法, 在对序列图像进行二维小波变换获得主要特征点的同时, 实现了数据的降维和噪声抑制; 构造了一种新的归一化相关代价函数, 并利用黄金分割算法高效地找到最优旋转角速度。但由于二维小波变换仅着眼于数据的频域相关特性, 忽略了时域-频域之间的潜在关系和重要的判别信息, 因此其无法适用于三维 CSI 的高低频信号变化信息的特征提取。

另外, 基于 CSI 指纹的定位技术在室内定位领域受到了广泛关注, 如何利用 CSI 实现高精度的室内定位成为众多学者研究的方向。文献[11]提出了一种基于 CSI 幅值指纹的窄带物联网定位算法, 其采用多维标度分析方法计算目标点与参考点之间的欧氏距离和时间反转共振强度, 然后采用 K 近邻 (KNN, K nearest neighbor) 算法进行位置估计。多维标度分析方法通过直观的空间图再现研究对象之间的关系, 它的缺陷在于认为各维度对目标的贡献相同。文献[12]提出了一种基于位置不确定性约束的机器人室内定位方法, 并利用贪婪算法来求解优化问题。但贪婪算法依赖于当前已经做出的选择, 所以其无法保证得到最优解。文献[13]提出利用矢量格式的 CSI 数据作为位置指纹, 再将三层半连接神经网络和一层全连接神经网络相组合用于位置估计。然而, 当面对较复杂的非线性问题时, 神经网络容易产生收敛速度慢、网络不稳定和陷入局部最优等一系列问题。

针对上述问题, 本文提出了一种基于 CSI 张量分解的室内 Wi-Fi 指纹定位方法, 方法流程如图 1 所示。

## 2 CSI 预处理

鉴于三阶张量可以描述 CSI 的信息和结构, 本文采用张量的形式来表达复杂的 CSI。其目的在于保留数据原有形式的同时, 最大限度地保留图像内在的结构信息, 通过建立一种以多维度分析为主线的张量处理框架, 实现张量的降噪处理和特征提取, 提升数据处理分析的能力。

### 2.1 CSI 降噪处理

一般地, 智能手机采集到的原始 CSI 可表示为一幅  $X$  轴为子载波、 $Y$  轴为数据包且  $Z$  轴为 CSI 幅值的三维图像<sup>[14]</sup>, 如图 2 所示, 子载波、数据包、CSI 幅值的数量分别为  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$ 。由于子载波的 CSI 幅值在不同时刻的波动较大且容易受到环境的影响, 导致原始 CSI 的三维图像中出现了较多的奇

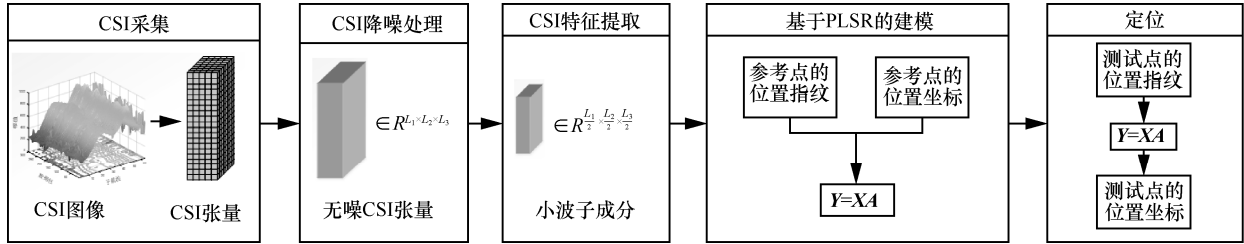
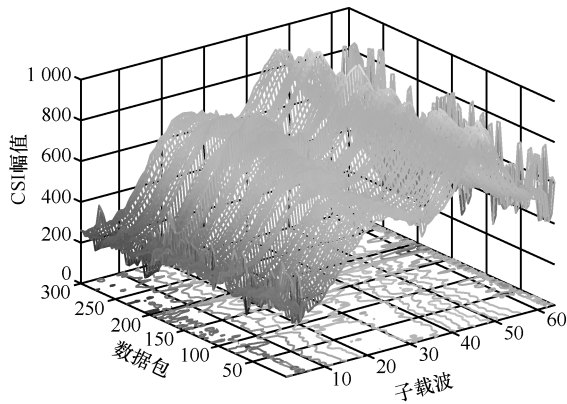
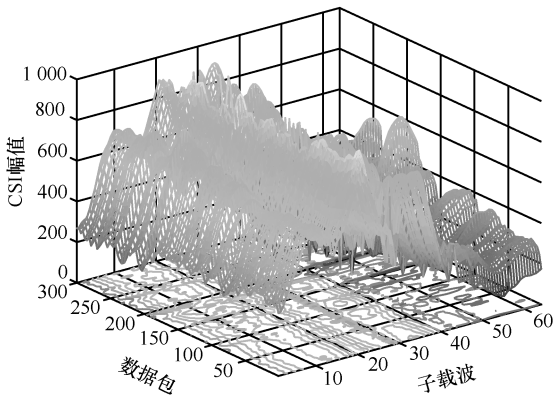


图 1 方法流程

异值，进而影响指纹库的构建甚至定位的性能，因此需对原始 CSI 进行降噪处理。



(a) 位置1



(b) 位置2

图 2 不同位置处采集的原始 CSI 三维图像

本文将原始 CSI 三维图像表示为一个二元三阶张量（其元素仅包含 0 和 1）。具体而言，令张量的形状为  $[L_1, L_2, L_3]$ ，即第  $i(i=1, \dots, 3)$  维（或称“阶”）有  $L_i$  个元素，将该张量记为  $\mathbf{O} \in R^{L_1 \times L_2 \times L_3}$ ，并通过秩一张量的线性组合将其表示为

$$\mathbf{O} = \sum_{r=1}^M \lambda_r \boldsymbol{\mu}_r \circ \mathbf{v}_r \circ \boldsymbol{\omega}_r \quad (1)$$

其中， $\boldsymbol{\mu}_r \in R^{L_1}$ 、 $\mathbf{v}_r \in R^{L_2}$  和  $\boldsymbol{\omega}_r \in R^{L_3}$  分别为第  $r(r=1, \dots, M)$  个秩一张量在含噪张量  $\mathbf{O}$  的 3 个维

度上分解得到的单位向量；符号  $\circ$  表示向量的外积运算； $\lambda_r$  为第  $r$  个秩一张量的组分奇异值，其刻画了第  $r$  个秩一张量的组分在整体中的比重； $M$  为用于重构  $\mathbf{O}$  的秩一张量的个数。

为了利用 CSI 的时域-频域互补信息，在保持幅值连续性的同时实现高保真降噪的目的，本文提出基于平行因子（PARAFAC, parallel factor）分析模型的张量分解算法（如图 3 所示）来估计用于重构  $\mathbf{O}$  中无噪张量  $\mathbf{S}$ （即  $\mathbf{S} = \mathbf{O} - \mathbf{N}$ ）的秩一张量的个数（即分解级数） $k$ ，其中， $\mathbf{N}$  为张量  $\mathbf{O}$  中的噪声。由于该算法未对各维度进行平滑处理，因此没有引入额外的信息，保持了图像时域-频域的一致性，其相较于其他张量分解算法，可以取得更好的降噪效果以提升图像质量。此外， $k$  的表达式为

$$k = \text{SNR} \frac{\prod_{i=1}^3 L_i}{\prod_{i=1}^3 K_i} \quad (2)$$

其中，SNR 为张量  $\mathbf{O}$  的信噪比（即信号和噪声的强度比）， $L_i$  和  $K_i$  分别为张量  $\mathbf{S}$  中第  $i$  维度的维度数和张量秩。

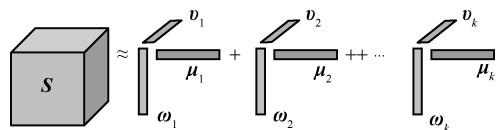


图 3 基于 PARAFAC 分析模型的张量分解算法

由于 SNR 等价于信号和噪声的方差比，因此本文对含噪张量  $\mathbf{O}$  分块进行信号和噪声的方差估计。先将张量  $\mathbf{O}$  分成  $A$  个体积相等的子张量，再将每个子张量分为  $B$  个体积相等的局部张量。将第  $f(f=1, \dots, A)$  个子张量的方差表示为  $\sigma_f^2 = \frac{1}{B-1} \sum_{e=1}^B (x_f^e - \bar{x}_f)^2$ ，其中， $x_f^e$  为第  $f$  个子张量中第  $e$  个局部张量的灰度值， $\bar{x}_f$  为第  $f$  个子张量的

平均灰度值，则噪声方差的估计值可表示为

$$\sigma_{\text{noise}}^2 = \frac{1}{A-1} \sum_{f=1}^A (\sigma_f^2 - \bar{\sigma}^2)^2 \quad (3)$$

其中， $\sigma_f^2$  为第  $f$  个子张量的方差， $\bar{\sigma}^2$  为  $A$  个子张量的方差的平均值。此时，信号方差的估计值可表示为

$$\sigma_{\text{signal}}^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^{L_1} \sum_{j=1}^{L_2} \sum_{k=1}^{L_3} \sigma_{i,j,k}^2}{L_1 L_2 L_3 - \sigma_{\text{noise}}^2} \quad (4)$$

于是，可得

$$\text{SNR} = \frac{\sigma_{\text{signal}}^2}{\sigma_{\text{noise}}^2} \quad (5)$$

为了得到无噪张量  $\mathbf{S}$  在第  $i$  维度上的张量秩  $K_i$ ，本文根据赤池信息准则 (AIC, Akaike information criterion) [15-16] 进行估计，其估计式 (具体推导过程见附录 1) 为

$$K_i = \arg \min_{r_i} \{-2 \ln A + B\} \quad (6)$$

$$A = \left[ (L_i - r_i) \prod_{j=r_i+1}^{L_i} l_j^{\frac{1}{L_i - r_i}} / \sum_{j=r_i+1}^{L_i} l_j \right]^{(L_i - r_i) N_i}$$

其中， $B = 2r_i(2L_i - r_i)$ ， $l_j (j = r_i + 1, \dots, L_i)$  为在第  $i$  维度上展开张量  $\mathbf{S}$  并进行特征值分解后获得的特征值， $L_i$  和  $N_i$  分别为第  $i$  维度展开矩阵  $\text{mat}_i(\mathbf{S})$  的行列数， $r_i$  为待求解变量。此时，将 SNR、 $L_i$  和  $K_i$  的表达式代入式(2)，可求得分解级数  $k$ 。

张量  $\mathbf{S}$  在 3 个维度上的展开过程如图 4 所示，为了使重构的无噪张量  $\mathbf{S}$  尽可能逼近理想无噪张量  $\hat{\mathbf{S}}$ ，本文令两者之间的均方根误差最小，即

$$\min_{\lambda_r, \mu_r, \nu_r, \omega_r} \left\| \hat{\mathbf{S}} - \sum_{r=1}^k \lambda_r \mu_r \circ \nu_r \circ \omega_r \right\|^2$$

。同时，考虑到张量

模型中各维度的秩一张量可在求解中合并为因子矩阵，本文采用交替最小二乘 (ALS, alternate least squares) 迭代算法[17]来求解上述最优化问题。为此，令迭代次数为  $t$ ，第  $t$  次迭代得到的各维度因子矩阵分别为  $\mathbf{U}^t = [\boldsymbol{\mu}_1^t, \dots, \boldsymbol{\mu}_k^t]$ 、 $\mathbf{V}^t = [\boldsymbol{\nu}_1^t, \dots, \boldsymbol{\nu}_k^t]$  和  $\mathbf{W}^t = [\boldsymbol{\omega}_1^t, \dots, \boldsymbol{\omega}_k^t]$ ，且第  $t$  次迭代得到的权矩阵为  $\mathbf{A}^t = \text{diag}[\lambda_1^t, \dots, \lambda_k^t]$ 。ALS 迭代算法的基本思路为固定 2 个矩阵来求解剩余矩阵，本文选择固定矩阵  $\mathbf{V}$  和  $\mathbf{W}$  来求解矩阵  $\mathbf{U}$ 。由于 3 个因子矩阵均未知，现初始化因子矩阵  $\mathbf{U}^0$ 、 $\mathbf{V}^0$  和  $\mathbf{W}^0$  为全 1 矩阵，权矩阵  $\mathbf{A}^0$  为单位矩阵。将第  $t-1$  次迭代结果的第 1 维度展开矩阵表示为  $\text{mat}_1(\mathbf{S}^{(t-1)}) = \mathbf{U}^{(t-1)} \mathbf{A}^{(t-1)} (\mathbf{V}^{(t-1)} \bullet \mathbf{W}^{(t-1)})^T$ ，则第  $t$  次迭代得到的加权因子矩阵分别为

$$(\mathbf{U}^*)^t = \text{mat}_1(\mathbf{S}^{(t-1)}) \left( (\mathbf{V}^{(t-1)} \bullet \mathbf{W}^{(t-1)})^T \right)^{-1} \quad (7)$$

$$(\mathbf{V}^*)^t = \text{mat}_1(\mathbf{S}^{(t-1)}) \left( (\mathbf{U}^{(t-1)} \bullet \mathbf{W}^{(t-1)})^T \right)^{-1} \quad (8)$$

$$(\mathbf{W}^*)^t = \text{mat}_1(\mathbf{S}^{(t-1)}) \left( (\mathbf{U}^{(t-1)} \bullet \mathbf{V}^{(t-1)})^T \right)^{-1} \quad (9)$$

其中，符号  $\bullet$  表示矩阵的 Khatri-Rao 积运算。第  $t$  次迭代得到的权矩阵为  $\mathbf{A}_{(r,r)}^t = \left\| (\mathbf{U}^*)_{(r)}^t \right\|$ ，下标  $(r, r)$  表示矩阵中位于  $(r, r)$  处的元素值，下标  $(r)$  表示矩阵的第  $r (r = 1, \dots, k)$  个列向量， $\|\cdot\|$  表示向量的 2-范数。通过计算，可得更新后的各维度因子矩阵分别为

$$\mathbf{U}_{(r)}^t = \frac{(\mathbf{U}^*)_{(r)}^t}{\left\| (\mathbf{U}^*)_{(r)}^t \right\|} \quad (10)$$

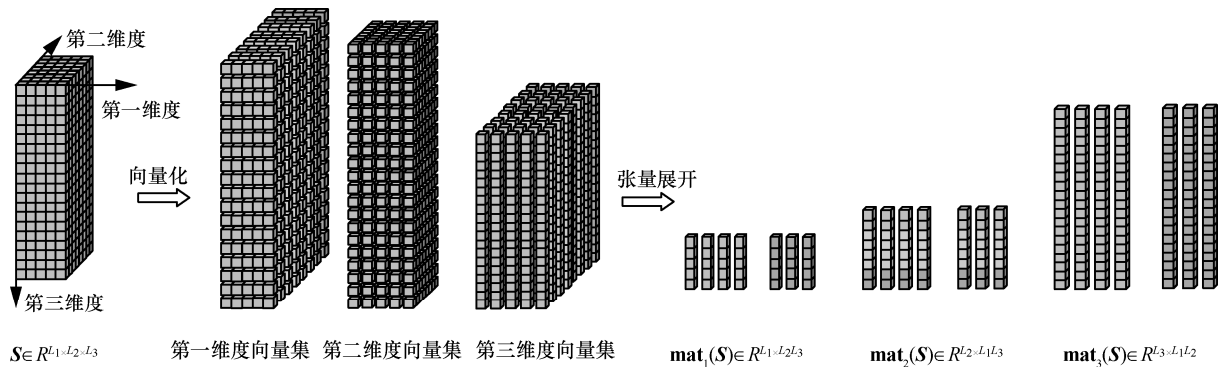


图 4 张量的维度展开过程

$$\mathbf{V}_{(r)}^t = \frac{(\mathbf{V}^*)_{(r)}^t}{\|(\mathbf{V}^*)_{(r)}^t\|} \quad (11)$$

$$\mathbf{W}_{(r)}^t = \frac{(\mathbf{W}^*)_{(r)}^t}{\|(\mathbf{W}^*)_{(r)}^t\|} \quad (12)$$

利用更新后的因子矩阵可得重构第  $t$  次迭代结果为

$$\mathbf{S}^t = \sum_{r=1}^k \lambda_r^t \boldsymbol{\mu}_r^t \circ \mathbf{v}_r^t \circ \boldsymbol{\omega}_r^t \quad (13)$$

计算相邻两次迭代结果的差值为  $\text{Err}(t) = \|\mathbf{S}^t - \mathbf{S}^{(t-1)}\|$ ，将每次计算所得差值与预设阈值  $\varepsilon$  进行比较来判断算法收敛与否。当  $\text{Err}(t) \geq \varepsilon$  时，认为未达到收敛要求，继续迭代；否则认为达到收敛要求，得到理想无噪张量的估计  $\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S}^t$ 。

## 2.2 CSI 特征提取

降噪后的张量中稀疏分布着有用的结构和成分，为了找到其隐含的结构和成分，需对张量进行特征提取，以找到具有一定物理意义的数据表示。然而，现有的特征提取算法主要着眼于二维数据的频域相关特性，忽略了时域-频域存在的潜在关系，损失了重要的判别信息。因此，本文引入张量小波分解算法来获取子载波、数据包以及 CSI 幅值这 3 个维度上的高低频信号变化信息来实现 CSI 特征提取。张量  $\hat{\mathbf{S}}$  分解后得到的高低频分量的关系为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{S}}^{(X,Y,Z)} &= (\mathbf{L}^X \oplus \mathbf{H}^X) \otimes (\mathbf{L}^Y \oplus \mathbf{H}^Y) \otimes (\mathbf{L}^Z \oplus \mathbf{H}^Z) = \\ & \mathbf{L}^X \mathbf{L}^Y \mathbf{L}^Z \oplus \mathbf{L}^X \mathbf{L}^Y \mathbf{H}^Z \oplus \mathbf{L}^X \mathbf{H}^Y \mathbf{L}^Z \oplus \\ & \mathbf{L}^X \mathbf{H}^Y \mathbf{H}^Z \oplus \mathbf{H}^X \mathbf{L}^Y \mathbf{L}^Z \oplus \mathbf{H}^X \mathbf{L}^Y \mathbf{H}^Z \oplus \\ & \mathbf{H}^X \mathbf{H}^Y \mathbf{L}^Z \oplus \mathbf{H}^X \mathbf{H}^Y \mathbf{H}^Z \end{aligned} \quad (14)$$

其中，符号  $\oplus$  和  $\otimes$  分别表示张量的直和运算和克罗内克积运算， $\mathbf{L}$  和  $\mathbf{H}$  分别表示作用于  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  这 3 个维度上的离散小波低通和带通滤波器。此时，将得到的八组小波子成分分别记为  $\mathbf{LLL}$ 、 $\mathbf{LLH}$ 、 $\mathbf{LHL}$ 、 $\mathbf{LHH}$ 、 $\mathbf{HLL}$ 、 $\mathbf{HLH}$ 、 $\mathbf{HHL}$  和  $\mathbf{HHH}$ 。

理想无噪张量  $\hat{\mathbf{S}}$  的空间尺寸为  $L_1 \times L_2 \times L_3$ ，利用角二阶矩 (ASM, angular second moment) 方法计算张量小波分解后第  $m$  ( $m=1, \dots, 8$ ) 组小波子成分 (维度为  $L_1/2 \times L_2/2 \times L_3/2$ ) 的小波系数

$$\text{ASM}_m = \sum_{i=1}^{\frac{L_1}{2}} \sum_{j=1}^{\frac{L_2}{2}} \sum_{k=1}^{\frac{L_3}{2}} P_m^2(i, j, k) \quad (15)$$

其中， $P_m(i, j, k)$  为小波子成分中位于  $(i, j, k)$  处的元素值。由于张量小波子成分所包含的多方向和多频率信息已被文献[18]证明能够提供类别判别信息，因此本文将应用于构造 CSI 位置指纹。具体而言，构造第  $n$  ( $n=1, \dots, N_f$ ) 个参考点处的 CSI 位置指纹为  $\text{Finger}_n = \{\text{ASM}_m^n, m=1, \dots, 8\}$ ，其中， $N_f$  为参考点的个数， $\text{ASM}_m^n$  为第  $n$  个参考点处第  $m$  组小波子成分的小波系数。CSI 降噪处理及特征提取过程如算法 1 所示。

### 算法 1 CSI 预处理算法

定义  $\mathbf{O} \in R^{L_1 \times L_2 \times L_3}$ ，给定分解级数  $k$  和迭代上限  $\text{upp}$ ，初始化因子矩阵  $\mathbf{U}^0$ 、 $\mathbf{V}^0$  和  $\mathbf{W}^0$  为全 1 矩阵，权矩阵  $\mathbf{A}^0$  为单位矩阵， $\mathbf{S}^0 = \mathbf{O}$

- 1) 循环
- 2) for  $t=1: \text{upp}$
- 3) 计算第  $t-1$  次迭代结果的第一维度展开矩阵  $\text{mat}_1(\mathbf{S}^{(t-1)})$
- 4) 根据式(7)~式(9)，更新加权因子矩阵
- 5) 循环
- 6) for  $r=1:k$
- 7) 更新权矩阵  $\mathbf{A}_{(r,r)}^t = \|(\mathbf{U}^*)_{(r)}^t\|$
- 8) 根据式(10)~式(12)，更新因子矩阵
- 9) end for
- 10) 重构  $\mathbf{S}^t = \sum_{r=1}^k \lambda_r^t \boldsymbol{\mu}_r^t \circ \mathbf{v}_r^t \circ \boldsymbol{\omega}_r^t$
- 11) 若  $\|\mathbf{S}^t - \mathbf{S}^{(t-1)}\| < \varepsilon$ ，认为算法收敛，得到理想无噪张量的估计  $\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S}^t$
- 12) 否则，认为算法未收敛，更新迭代次数  $t = t + 1$
- 13) 直到算法收敛
- 14) end for
- 15) 输出  $\hat{\mathbf{S}}$  和  $P_m(i, j, k)$
- 16) 计算小波子成分的小波系数  $\text{ASM}_m = \sum_{i=1}^{\frac{L_1}{2}} \sum_{j=1}^{\frac{L_2}{2}} \sum_{k=1}^{\frac{L_3}{2}} P_m^2(i, j, k)$ ，得到 CSI 位置指纹  $\text{Finger} = \{\text{ASM}_m, m=1, \dots, 8\}$

## 3 基于 PLSR 的建模与定位

CSI 指纹定位方法包括 2 个阶段：离线阶段和在线阶段。离线阶段设置参考点并进行 CSI 的采集

和预处理以得到标签样本(含参考点的 CSI 位置指纹和位置坐标), 然后建立定位模型; 在线阶段设置测试点并进行 CSI 的采集和预处理以得到待定位样本(含测试点的 CSI 位置指纹), 然后将其代入定位模型以得到测试点的位置坐标估计。

为了研究 CSI 位置指纹和位置坐标之间多重相关变量的相互依赖关系, 本文以参考点的 CSI 位置指纹  $\text{Finger}_n = \{\text{ASM}_m^n, m=1, \dots, 8\}$  为自变量且位置坐标  $(x_n, y_n)$  为因变量, 利用偏最小二乘回归(PLSR, partial least squares regression)算法进行多因变量对多自变量的线性回归建模。PLSR 算法不仅可以解决典型相关分析中无法获得自变量到因变量直接映射的问题, 又可避免多元线性回归分析中因为自变量之间存在相关性而导致的过拟合问题。

具体而言, 令标签样本的个数为  $N_f$ , 将初始自变量矩阵  $\mathbf{X}_0 \in R^{N_f \times 8}$  和初始因变量矩阵

$$\mathbf{Y}_0 \in R^{N_f \times 2} \text{ 分别表示为 } \mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} \text{ASM}_1^1 & \dots & \text{ASM}_8^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{ASM}_1^{N_f} & \dots & \text{ASM}_8^{N_f} \end{bmatrix}$$

和  $\mathbf{Y}_0 = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ \vdots & \vdots \\ x_{N_f} & y_{N_f} \end{bmatrix}$ , 并进一步将  $\mathbf{X}_0$  和  $\mathbf{Y}_0$  做标准化

处理(即按列进行减均值并除以标准差)后得到  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$ 。由于在 PLSR 算法中将  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  分别与各自的主成分轴向量进行矩阵乘法运算后可得到各自的主成分, 于是令  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  的第一对主成分轴向量分别为  $\mathbf{w}_1 \in R^{8 \times 1}$  和  $\mathbf{c}_1 \in R^{2 \times 1}$ , 则可将  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  的第一对主成分  $\mathbf{t}_1 \in R^{N_f \times 1}$  和  $\mathbf{u}_1 \in R^{N_f \times 1}$  分别表示为  $\mathbf{t}_1 = \mathbf{X}\mathbf{w}_1$  和  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{Y}\mathbf{c}_1$ 。构造如下目标函数, 使  $\mathbf{t}_1$  和  $\mathbf{u}_1$  的协方差最大

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{w}_1, \mathbf{c}_1} \{\text{Cov}(\mathbf{X}\mathbf{w}_1, \mathbf{Y}\mathbf{c}_1)\} \\ & \text{s.t. } \|\mathbf{w}_1\|=1, \|\mathbf{c}_1\|=1 \end{aligned} \quad (16)$$

为了求解  $\mathbf{w}_1$  和  $\mathbf{c}_1$ , 引入拉格朗日乘子  $L$  为

$$L = \mathbf{w}_1^T \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \mathbf{c}_1 - \frac{\lambda}{2} (\mathbf{w}_1^T \mathbf{w}_1 - 1) - \frac{\theta}{2} (\mathbf{c}_1^T \mathbf{c}_1 - 1) \quad (17)$$

分别对  $\mathbf{w}_1$  和  $\mathbf{c}_1$  求偏导并令其为 0, 得到

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}_1} = \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \mathbf{c}_1 - \lambda \mathbf{w}_1 = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{c}_1} = \mathbf{Y}^T \mathbf{X} \mathbf{w}_1 - \theta \mathbf{c}_1 = 0 \quad (19)$$

经推导, 可得  $\mathbf{w}_1$  和  $\mathbf{c}_1$  分别为对称矩阵  $\mathbf{X}^T \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T \mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}^T \mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$  的最大特征值所对应的单位特征向量。将求解后的  $\mathbf{w}_1$  和  $\mathbf{c}_1$  分别代入  $\mathbf{t}_1 = \mathbf{X}\mathbf{w}_1$  和  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{Y}\mathbf{c}_1$ , 可得  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  的第一对主成分  $\mathbf{t}_1$  和  $\mathbf{u}_1$ 。

为了解决从  $\mathbf{X}$  到  $\mathbf{Y}$  的映射问题, 根据主成分回归思想将  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  分别对它们的主成分  $\mathbf{t}_1$  和  $\mathbf{u}_1$  进行回归建模, 得到  $\mathbf{X} = \mathbf{t}_1 \mathbf{p}_1^T + \mathbf{E}_1$  和  $\mathbf{Y} = \mathbf{u}_1 \mathbf{q}_1^T + \mathbf{G}_1$ , 其中,  $\mathbf{E}_1$  和  $\mathbf{G}_1$  为残差矩阵。将  $\mathbf{X}$  中主成分  $\mathbf{t}_1$  不能解释的残差矩阵  $\mathbf{E}_1$  作为新的  $\mathbf{X}$ , 且  $\mathbf{Y}$  中主成分  $\mathbf{u}_1$  不能解释的残差矩阵  $\mathbf{G}_1$  作为新的  $\mathbf{Y}$ , 不断提取新的主成分, 直到主成分数量达到上限(即  $\mathbf{X}$  的秩), 算法结束。令算法结束时共得到  $a$  对主成分, 则可将初始  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  分别表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{t}_1 \mathbf{p}_1^T + \dots + \mathbf{t}_s \mathbf{p}_s^T + \dots + \mathbf{t}_a \mathbf{p}_a^T + \mathbf{E}_a \quad (20)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{u}_1 \mathbf{q}_1^T + \dots + \mathbf{u}_s \mathbf{q}_s^T + \dots + \mathbf{u}_a \mathbf{q}_a^T + \mathbf{G}_a \quad (21)$$

由于  $\mathbf{t}_s$  ( $s=1, \dots, a$ ) 和  $\mathbf{u}_s$  之间具有相关性, 所以可将  $\mathbf{Y}$  改写为对  $\mathbf{X}$  主成分的回归建模<sup>[19]</sup>, 即

$$\mathbf{Y} = \mathbf{t}_1 \mathbf{r}_1^T + \dots + \mathbf{t}_s \mathbf{r}_s^T + \dots + \mathbf{t}_a \mathbf{r}_a^T \quad (22)$$

针对以上 3 个回归方程, 可以利用最小二乘法得到  $\mathbf{p}_s = \frac{\mathbf{X}^T \mathbf{t}_s}{\|\mathbf{t}_s\|^2}$ 、 $\mathbf{q}_s = \frac{\mathbf{Y}^T \mathbf{u}_s}{\|\mathbf{u}_s\|^2}$  和  $\mathbf{r}_s = \frac{\mathbf{Y}^T \mathbf{t}_s}{\|\mathbf{t}_s\|^2}$ 。将式(22)改写为矩阵形式, 即

$$\mathbf{Y} = \mathbf{T} \mathbf{R}^T = \mathbf{X} \mathbf{W} \mathbf{R}^T = \mathbf{X} \mathbf{A} \quad (23)$$

式(23)即  $\mathbf{X}$  映射到  $\mathbf{Y}$  的回归方程, 其中,  $\mathbf{A} = \mathbf{W} \mathbf{R}^T = \begin{bmatrix} k_1 & \dots & k_8 \\ l_1 & \dots & l_8 \end{bmatrix}^T$  为自变量系数矩阵,  $k_b$  ( $b=1, \dots, 8$ ) 和  $l_b$  为自变量系数。

综上所述, 将测试点处采集到的原始 CSI 通过算法 1 进行降噪处理和特征提取得到待定位样本, 即测试点的 CSI 位置指纹  $\text{Finger}^* = \{\text{ASM}_m^*, m=1, \dots, 8\}$ , 然后利用式(24)可得测试点的位置坐标估计  $(x^*, y^*)$ 。

$$(x^* \ y^*) = (\text{ASM}_1^* \ \dots \ \text{ASM}_8^*) \begin{bmatrix} k_1 & \dots & k_8 \\ l_1 & \dots & l_8 \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

## 4 实验结果

### 4.1 实验场景

本文实验分别在走廊(即场景 1)和实验室(即场景 2)中进行, 如图 5 所示。场景 1 和场景 2 的

面积分别为  $42.08\text{ m} \times 3.12\text{ m}$  和  $22.72\text{ m} \times 8.04\text{ m}$ 。图 5 中，圆点表示参考点 (RP, reference point)，三角形表示测试点 (TP, test point)。场景 1 和场景 2 中各设置了 40 个 RP，并随机设置了 6 个和 8 个 TP。本文实验选择商用 D-Link 作为无线接入点 (AP, access point) 以及装有 Nexmon 测试平台的 Google Nexus 6 智能手机作为接收端。在每个位置处，接收端采集 300 个包含 64 个子载波 (带宽为 20 MHz) 的 CSI 数据包，并将采集到的 CSI 转换为一个二元三阶张量以进行降噪处理和特征提取。

### 4.2 降噪结果分析

在不同场景中采集到的 CSI 受到不同程度的噪声干扰，导致某些子载波在不同时刻采集到的 CSI 幅值出现较大偏差，且由于手机采集到的 CSI 本身具有波动幅度大、稳定性差等问题，因此本文实验需对原始 CSI 数据进行子载波筛选。原始 CSI 分布如图 6(a)和图 6(b)所示，图 6 中“+”表示在采样过程中 CSI 幅值出现极值的情况，“箱线”表示各子载波的 CSI 幅值分布，其从上到下依次表示 CSI

幅值的最大值、上四分位值、中位值、下四分位值和最小值。由于场景 1 相对空旷，人员流动少，因此相比于场景 2，在场景 1 中采集到的数据受到噪声的干扰更小，极值也更多。为了在降低计算开销的同时剔除幅值偏差较大的子载波，本文筛选出采样过程中幅值方差的均值最小的 30 个最优子载波，如图 6(c)和图 6(d)所示。由图 6 可知，经过筛选后各子载波的 CSI 幅值分布更加集中，极值也更多。

本文引入小波降噪算法作为对比算法，选择的小波基及其设置的分解层数  $N$  分别为：Haar ( $N=5$ )、Coiflet3 ( $N=1$ )、Symlet8 ( $N=8$ )。另外，在实验过程中，这 3 种算法阈值选取都采用固定阈值估计，阈值函数都选用硬阈值，并规定了阈值处理不随噪声水平变化。将筛选后的 CSI 分别采用本文提出的基于 PARAFAC 分析模型的张量分解算法和传统的小波降噪算法 (如 Haar 小波降噪、Coiflets 小波降噪和 Symlets 小波降噪) 进行降噪处理，得到图 7 和图 8 所示的降噪效果。可以看出，经本文算法处理得到

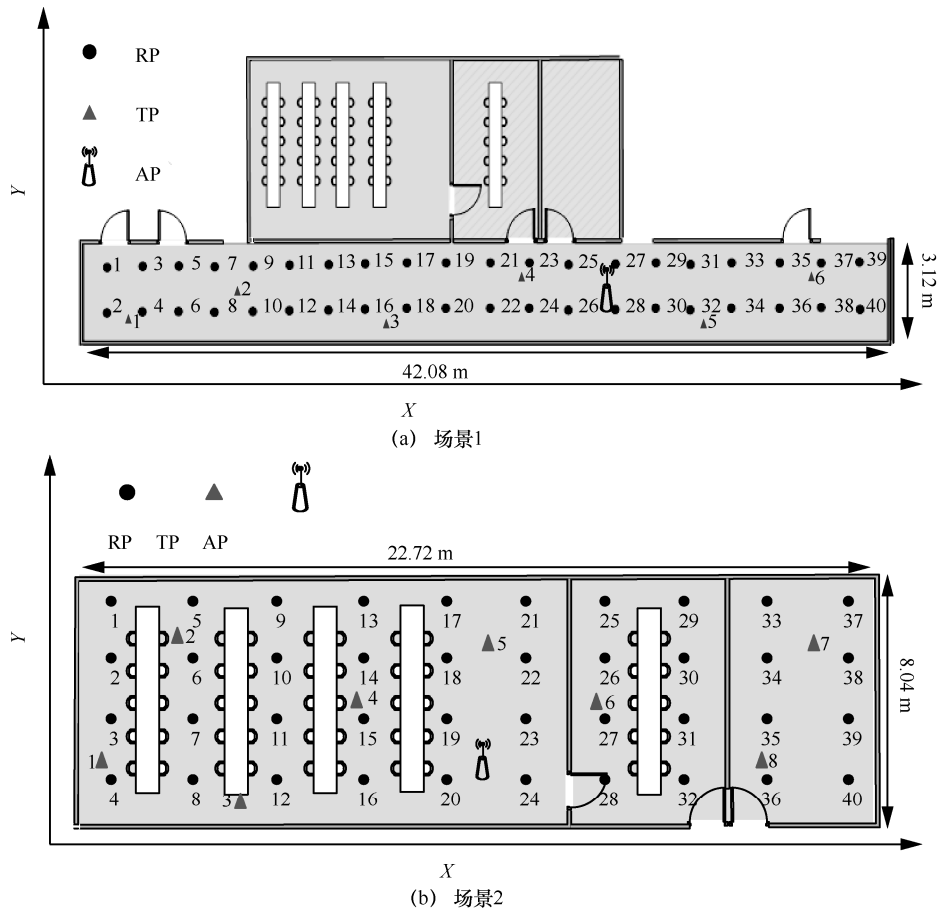


图 5 实验场景

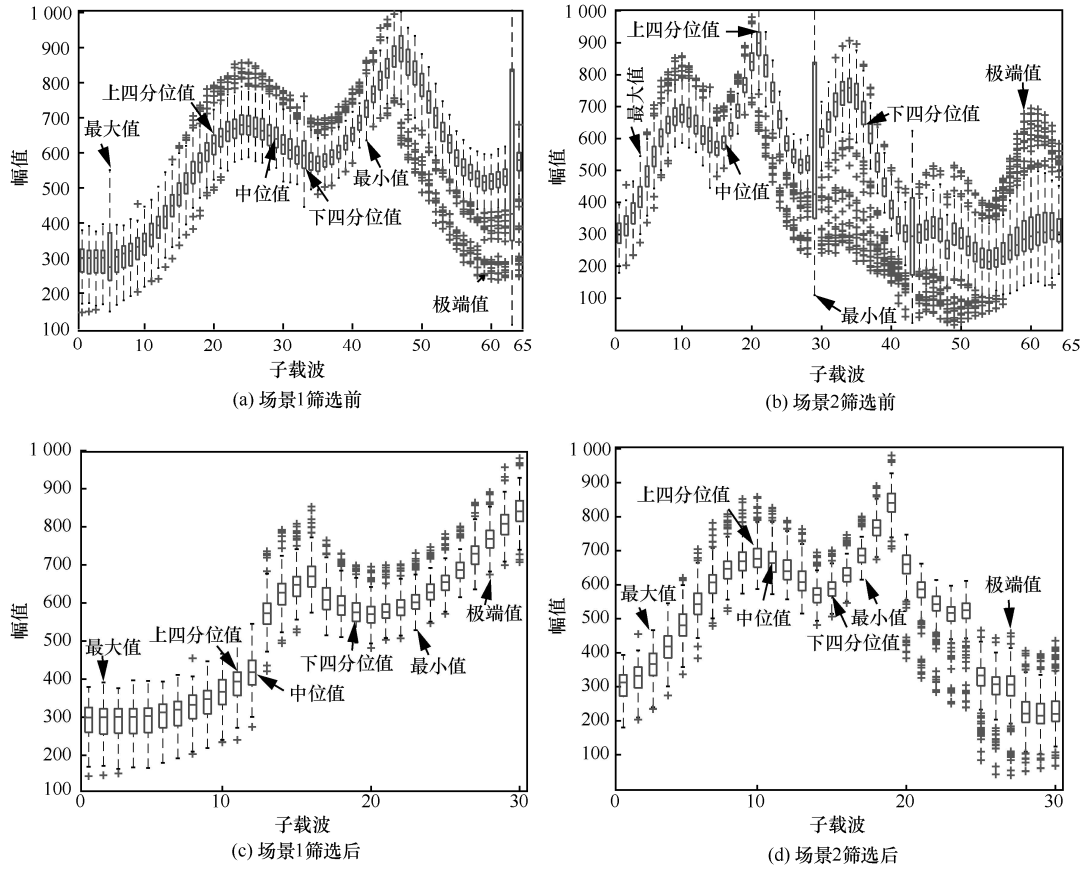


图 6 不同场景下子载波的筛选

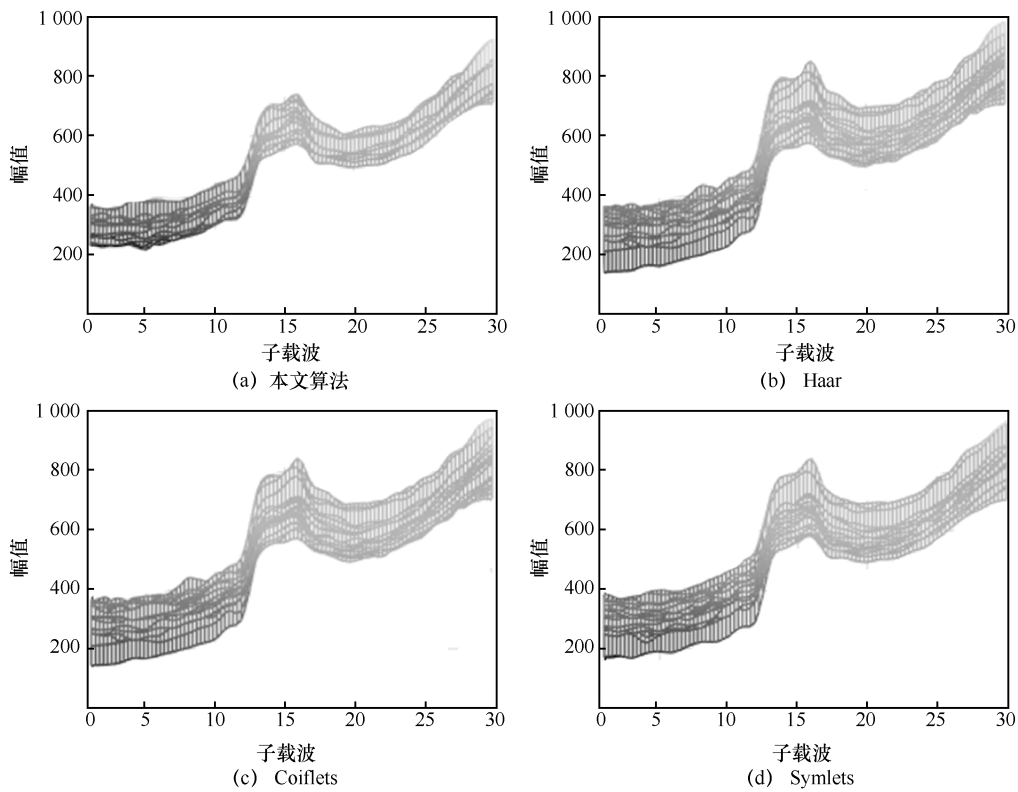


图 7 场景 1 中不同算法的降噪效果

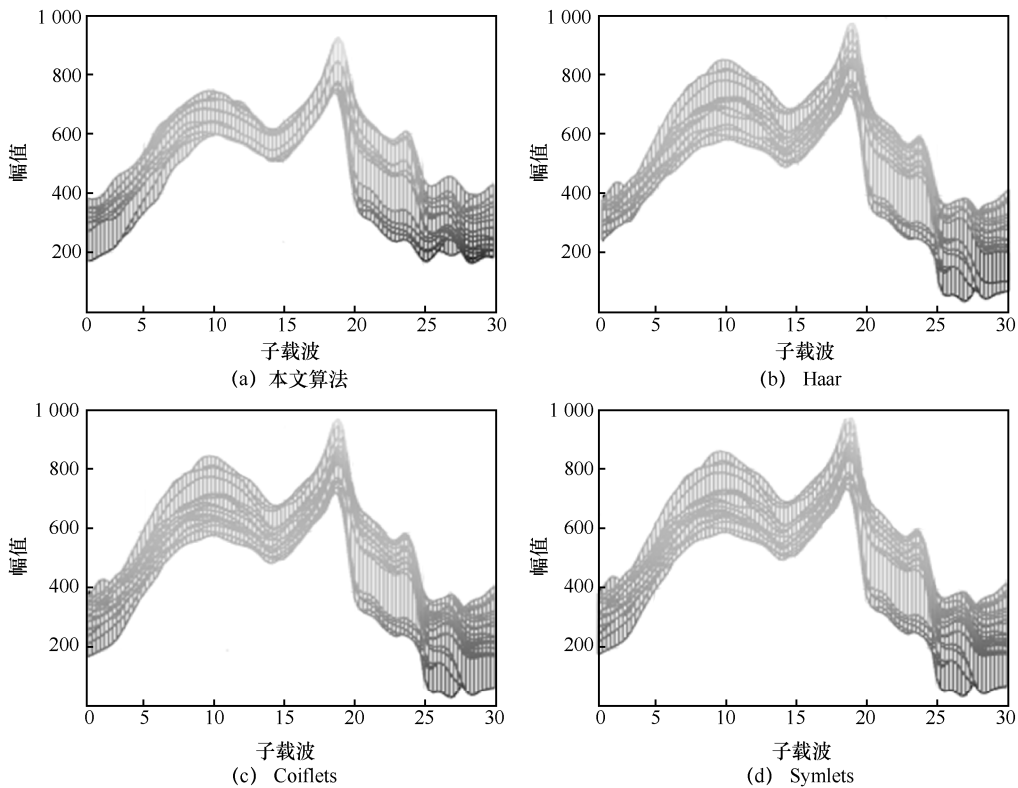


图 8 场景 2 中不同算法的降噪效果

的图像更加平滑，CSI 幅值分布更加集中，偏差也更小，由此说明本文算法的降噪效果优于其他 3 种算法。为了更准确地比较和分析不同算法的降噪性能，本文采用 SNR、均方误差 (MSE, mean square error) 以及峰值信噪比 (PSNR, peak signal noise ratio) 3 个参数对 2 种场景下采用不同算法进行降噪处理的性能进行评估，如图 9 所示。

由图 9 可知，分别在场景 1 和场景 2 中采集到的数据经本文算法处理后的 CSI 图像的 SNR 分别为 64.7 dB 和 61.8 dB，相比于原始 CSI 图像的 SNR，提升了 15 dB 以上；MSE 分别为 6.21 和 6.20，较

传统小波降噪算法，经本文算法处理后的图像更接近于理想无噪图像；PSNR 分别为 40.20 dB 和 40.21 dB，进一步证实了本文算法具有更好的降噪性能。分别对比同一场景下不同算法的性能参数可知，针对场景 1 中采集到的数据，选用本文算法或 Symlets 小波降噪算法<sup>[20]</sup>进行降噪处理的性能更优；而针对场景 2 中采集到的数据，选用本文算法或 Haar 小波降噪算法<sup>[21]</sup>进行降噪处理的性能更优。由此进一步验证了本文算法在 2 种场景下都具有更优的降噪性能。

### 4.3 特征提取结果分析

图 10 对比了各小波子成分在不同数据包个数

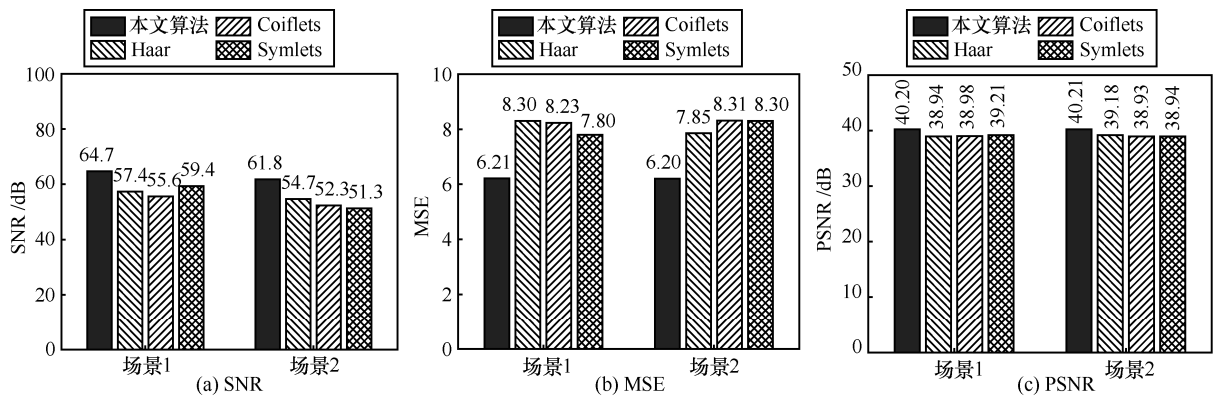


图 9 不同算法的降噪性能

下所对应的 ASM 值分布, 可见经张量小波分解得到的不同位置处同一小波子成分的 ASM 值分布是相对集中的, 且由于小波子成分 *HHH* 作为细节分量包含了分解前 CSI 的绝大部分信息, 因此当选取不同个数的数据包时, 小波子成分 *HHH* 的 ASM 值为 8 个小波子成分中最大的, 并随着数据包个数的增加, 相同数据包个数下不同小波子成分 ASM 值的差值增大。

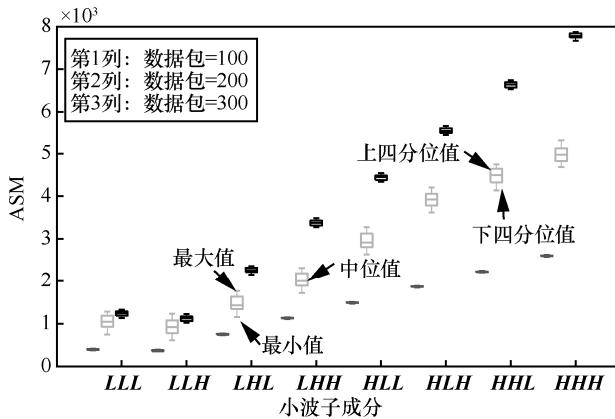


图 10 不同小波子成分的 ASM 值分布

### 4.4 定位性能分析

#### 4.4.1 定位误差分析

在保留本文所提其余算法的情况下, 本节依次更换了降噪处理、特征提取和定位阶段的算法来分析本文中 3 种主要算法 (即 PARAFAC、张量小波分解和 PLSR) 对定位性能的影响, 如图 11 所示。

基于 PARAFAC 分析模型的张量分解算法在去除噪声分量的同时, 最大限度地保留了数据内在的结构信息。图 11(a)比较了在 RP 取不同个数的情况下, 分别经本文算法降噪处理和未降噪处理时的定位误差累积分布函数 (CDF, cumulative distribution function)。当 RP 个数相同时, 经本文算法进行降噪处理后的定位性能明显优于未降噪处理时的定位性能, 且随着 RP 数的增加, 算法的定位性能也越好。归其原因, 在于当 RP 数越多时, 经降噪处理和特征提取后得到的标签样本也越多, 于是基于更多的样本进行回归建模所得到的模型将更接近于真实模型, 进而最终的定位结果也会更加准确。图 11(b)比较了选用不同降噪算法时的定位 CDF。观察可知, 本文算法在定位误差为 4 m 时的置信概率 (即 CDF 的值) 为 94.88%,

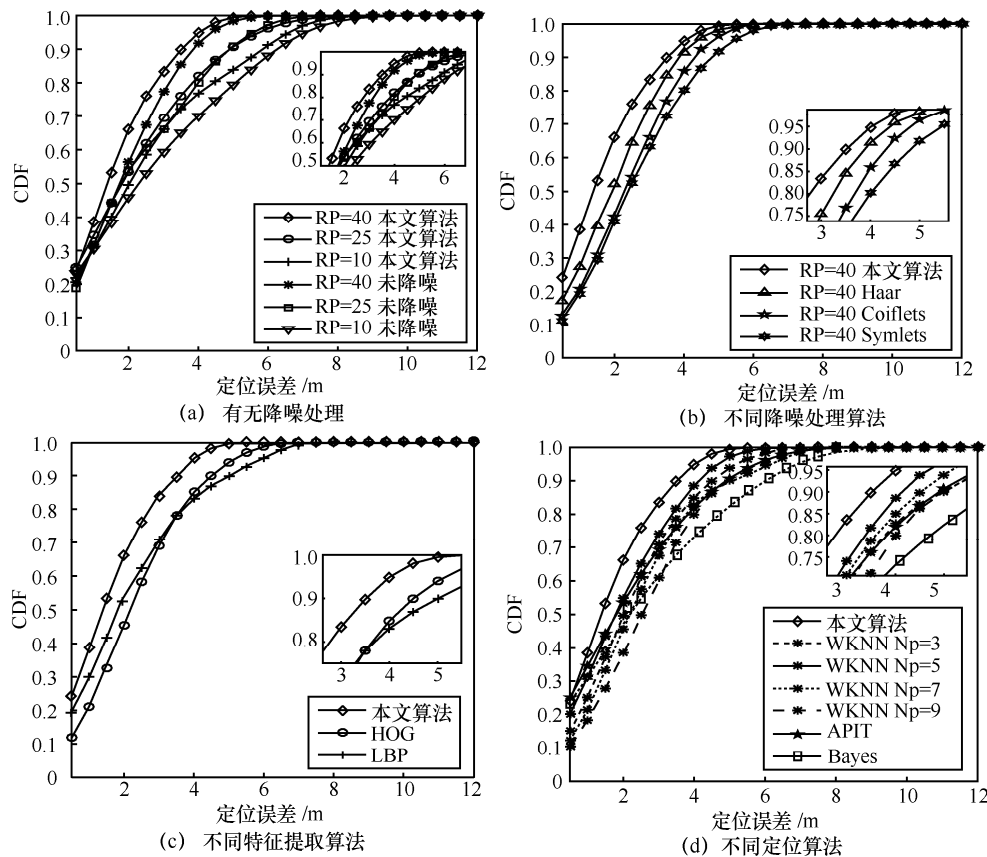


图 11 定位误差累积分布函数

高于其他 3 种小波降噪算法的置信概率, 分别为 91.52%、85.88%和 80.21%。

由图 11(c)可知, 相较于方向梯度直方图 (HOG, histogram of oriented gradient) 特征算法<sup>[22]</sup> (定位误差为 4 m 时置信概率为 84.84%) 和局部二值模式 (LBP, local binary pattern) 特征算法<sup>[23]</sup> (定位误差为 4 m 时置信概率为 83.08%), 采用本文算法进行特征提取将对定位性能的提升提供更大帮助。此外, 由图 11(d)可知, 本文算法在定位误差为 4 m 时的置信概率 (即 94.88%) 优于加权 K 近邻 (WKNN, weighted K nearest neighbor) 算法<sup>[24]</sup> 的 84.9% (Np=3)、88.54% (Np=5)、82.72% (Np=7) 和 79.97% (Np=9), 近似最佳三角形内点测试 (APIT, approximate perfect point-in-triangulation test) 算法<sup>[25]</sup> 的 81.97% 以及贝叶斯 (Bayes) 算法<sup>[26]</sup> 的 73.14%, 其中, Np 表示邻近点个数。

#### 4.4.2 时间开销分析

除了定位误差以外, 时间开销也是评估定位性能的重要指标。不同 RP 数下 4 种定位算法的运行时间如表 1 所示, 用于定位的 RP 数越多, 对应的运行时间也越长。但无论有多少个 RP, 本文所提 PLSR 算法的运行时间都是最短的。以 RP=40 为例, 此时 WKNN、APIT 和 Bayes 算法的运行时间分别为 0.83 s、0.75 s 和 0.74 s, 均大于本文算法的运行时间 0.67 s, 这表明本文算法在计算复杂度方面比 WKNN、APIT 和 Bayes 算法更有优势。

表 1 不同 RP 数下 4 种定位算法的运行时间

定位算法	运行时间/s		
	RP=10	RP=25	RP=40
本文算法	0.43	0.59	0.67
WKNN	0.61	0.71	0.83
APIT	0.64	0.69	0.75
Bayes	0.56	0.63	0.74

## 5 结束语

本文提出采用张量的形式来表达 CSI 的优势在于, 保留数据原有存在形式的同时最大限度地保留了图像内在的结构信息。本文首先研究了基于 PARAFAC 分析模型的张量分解算法和 ALS 迭代算法相结合用于降噪处理的可行性; 然后, 利用张量小波分解算法在 CSI 的 3 个维度上进行小波分解实现特征提取, 有效降低了 CSI 维数并得到 CSI 位置

指纹; 最后, 基于 PLSR 算法建立定位模型, 对位置坐标进行预测, 进而实现定位。实验结果表明, 本文算法在定位误差 3.5 m、4 m 和 4.5 m 内的置信概率分别为 89.81%、94.88%和 98.05%, 均明显优于其他现有算法, 由此验证了本文提出的基于 CSI 张量分解的室内 Wi-Fi 指纹定位方法在提升数据处理分析能力和拟合 CSI 位置指纹和位置坐标关系的同时, 还具有更优的定位性能。

基于 Tucker 分析模型的 CSI 降噪处理是一个值得研究的问题, 下一步工作将对该问题进行深入探讨; 此外, CSI 图像的灰度共生矩阵是进行特征提取的有力工具, 但它不能直接提供进行类别判断的特性, 所以作者还将在灰度共生矩阵的基础上研究用于定量描述图像特征的统计属性, 并由这些统计属性来构造用于室内 Wi-Fi 指纹定位的 CSI 位置指纹。

## 附录 1 式(6)推导过程

将式(6)改写为

$$K = \arg \min_r \left\{ -2 \ln \left[ \frac{(L-r) \prod_{j=r+1}^L l_j^{\frac{1}{L-r}}}{\sum_{j=r+1}^L l_j} \right]^{(L-r)N} + 2r(2L-r) \right\} \quad (25)$$

为了求解张量秩  $K$ , 需从可供选择的模型中选择 AIC 值最小的模型。AIC 的构造如下

$$\text{AIC} = -2 \ln f(\mathbf{X} | \hat{\boldsymbol{\theta}}) + 2 \text{Num} \quad (26)$$

其中,  $\ln f(\mathbf{X} | \hat{\boldsymbol{\theta}})$  表示最大对数似然函数, Num 表示参数向量中自由参数的个数。

**步骤 1** 求解  $\ln f(\mathbf{X} | \hat{\boldsymbol{\theta}})$ 。令有  $N$  个样本  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N\}$ , 其中, 样本  $\mathbf{x}_q \in R^{L \times 1}$  ( $q=1, \dots, N$ )。将各独立样本表示为模型  $\mathbf{x} = \sum_{j=1}^r \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}_j) s_j + \mathbf{n}$ , 其中,  $s_j$  ( $j=1, \dots, r$ ) 为标量, 复向量  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}_j) \in R^{L \times 1}$  由第  $j$  个向量  $\boldsymbol{\varphi}_j$  参数化<sup>[27]</sup> 得到, 复向量  $\mathbf{n} \in R^{L \times 1}$  表示加性噪声。

假设噪声是与信号无关的均值为 0 的高斯随机过程, 则噪声的协方差矩阵可表示为  $\sigma^2 \mathbf{I}$ 。为了确定  $r$  ( $r \leq \min(L, N)$ ) 的值, 构造模型  $\mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{s} + \mathbf{n}$ , 其中, 矩阵  $\mathbf{A} \in R^{L \times r}$ , 向量  $\mathbf{s} \in R^{r \times 1}$ 。于是, 可得模型的协方差矩阵  $\mathbf{R} = \boldsymbol{\Psi} + \sigma^2 \mathbf{I}$ , 矩阵  $\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{A}^H$ , 信号的协方差矩阵  $\mathbf{S} = \mathbf{E}(\mathbf{s} \mathbf{s}^H)$ 。假设矩阵  $\mathbf{A}$  为列满秩, 则  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}_j)$  线性无关, 并假设矩阵  $\mathbf{S}$  为满秩, 则  $\boldsymbol{\Psi}$  秩为  $r$ , 那么  $\boldsymbol{\Psi}$  的  $L-r$  个最

小特征值等于 0。矩阵  $\mathbf{R} \in R^{L \times L}$  的各特征值之间的关系为  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L$ ，其中，最小的  $L-r$  个特征值等于  $\sigma^2$ ，即  $\lambda_{r+1} = \lambda_{r+2} = \dots = \lambda_L = \sigma^2$ ，前  $r$  个特征值对应的特征向量表示为  $\mathbf{V}_j$ 。

$r$  的值可由矩阵  $\mathbf{R}$  的最小特征值的多重性（即个数）推测得到，但实际上协方差矩阵  $\mathbf{R}$  是未知的，所以基于线性代数中的谱表示定理，将  $\mathbf{R}^{(r)} = \mathbf{V}^{(r)} + \sigma^2 \mathbf{I}$  中的  $\mathbf{R}^{(r)}$  表示为  $\mathbf{R}^{(r)} = \sum_{j=1}^r (\lambda_j - \sigma^2) \mathbf{V}_j \mathbf{V}_j^H + \sigma^2 \mathbf{I}$ ，模型的参数向量表示为  $\boldsymbol{\theta}^{(r)} = (\lambda_1, \dots, \lambda_r, \sigma^2, \mathbf{V}_1^T, \dots, \mathbf{V}_r^T)$ 。利用最大似然估计算法来计算已知样本  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N\}$  所对应的参数向量  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 。因此，计算样本的联合概率密度为

$$f(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N | \boldsymbol{\theta}^{(r)}) = \prod_{j=1}^N \frac{1}{\pi^L \det \mathbf{R}^{(r)}} \exp\left(-\mathbf{x}_j^H [\mathbf{R}^{(r)}]^{-1} \mathbf{x}_j\right) \quad (27)$$

对式(27)取对数并去除与参数向量  $\boldsymbol{\theta}^{(r)}$  无关的项，可得

$$\ln f(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}^{(r)}) = -N \log[\det \mathbf{R}^{(r)}] - \text{tr}\{[\mathbf{R}^{(r)}]^{-1} \hat{\mathbf{R}}\} \quad (28)$$

其中， $\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^H$  表示样本的协方差矩阵。矩阵  $\hat{\mathbf{R}} \in R^{L \times L}$  的特征值为  $l_j$ ，特征向量为  $\mathbf{C}_j$ 。

式(28)取最大值时对应的参数向量  $\boldsymbol{\theta}^{(r)}$  即最大似然估计。由文献 [28] 可知，最大似然估计  $\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_r, \hat{\sigma}^2, \hat{\mathbf{V}}_1^T, \dots, \hat{\mathbf{V}}_r^T)$  中元素的取值可表示为  $\hat{\lambda}_j = l_j$ ， $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{L-r} \sum_{j=r+1}^L l_j$  和  $\hat{\mathbf{V}}_j = \mathbf{C}_j$ 。将上述取值代入式(28)，可得

$$\ln f(\mathbf{X} | \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \ln \left[ \frac{(L-r) \prod_{j=r+1}^L l_j^{\frac{1}{L-r}}}{\sum_{j=r+1}^L l_j} \right]^{(L-r)N} \quad (29)$$

**步骤 2** 求解 Num。由于  $\boldsymbol{\theta}^{(r)}$  中参数个数为  $(r+1+2Lr)$ ，则此时的自由度为  $(r+2Lr)$ ，又由于  $\boldsymbol{\theta}^{(r)}$  中自由参数的个数等于由  $\boldsymbol{\theta}^{(r)}$  所张成的空间的自由度，因此需对特征向量进行正交化和标准化处理，可得

$$\text{Num} = r+1+2Lr-1-r(r-1)-2r = r(2L-r) \quad (30)$$

最后，将得到的最大对数似然函数  $\ln f(\mathbf{X} | \hat{\boldsymbol{\theta}})$  和  $\boldsymbol{\theta}^{(r)}$  中自由参数的个数 Num 代入式(26)，可得

$$\text{AIC} = -2 \ln \left[ \frac{(L-r) \prod_{j=r+1}^L l_j^{\frac{1}{L-r}}}{\sum_{j=r+1}^L l_j} \right]^{(L-r)N} + 2r(2L-r) \quad (31)$$

观察可知，式(31)中的未知量仅为  $r$ 。于是，可通过调

整  $r \in \{0, \dots, L-1\}$  的取值来改变 AIC 的值，AIC 取得最小值时所对应的  $r$  即张量秩  $K$ 。

### 参考文献:

- [1] JO K, CHU K, SUNWOO M. Interacting multiple model filter-based sensor fusion of GPS with in-vehicle sensors for real-time vehicle positioning[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2012, 13(1): 329-343.
- [2] SCHLOEMANN J, DHILLON H S, BUEHRER R M. Toward a tractable analysis of localization fundamentals in cellular networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(3): 1768-1782.
- [3] ALI M U, HUR S, PARK Y. Poster abstract: IoT enabled Wi-Fi indoor positioning system using raster maps[C]//Proceedings of 2019 18th ACM/IEEE International Conference on Information Processing in Sensor Networks (IPSN). Piscataway: IEEE Press, 2019: 327-328.
- [4] CHEN B H, TSENG Y S, YIN J L. Gaussian-adaptive bilateral filter[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 27: 1670-1674.
- [5] SZADKOWSKI Z. Least mean squares filters suppressing the radio-frequency interference in AERA cosmic ray radio detection[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2020, 67(1): 405-413.
- [6] ZHANG J, HEUSDENS R, HENDRIKS R C. Rate-distributed spatial filtering based noise reduction in wireless acoustic sensor networks[J]. IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2018, 26(11): 2015-2026.
- [7] BAI X, XU F, ZHOU L, et al. Nonlocal similarity based nonnegative tucker decomposition for hyperspectral image denoising[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2018, 11(3): 701-712.
- [8] SHI S Y, SIGG S, CHEN L, et al. Accurate location tracking from CSI-based passive device-free probabilistic fingerprinting[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(6): 5217-5230.
- [9] KUI W, MAO S L, HEI X L, et al. Towards accurate indoor localization using channel state information[C]//Proceedings of 2018 IEEE International Conference on Consumer Electronics-Taiwan (ICCE-TW). Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-2.
- [10] LI D, ZHANG C X, LIU H Q, et al. A fast cross-range scaling algorithm for ISAR images based on the 2-D discrete wavelet transform and pseudo polar Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2019, 57(7): 4231-4245.
- [11] SONG Q W, GUO S T, LIU X, et al. CSI amplitude fingerprinting-based NB-IoT indoor localization[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2018, 5(3): 1494-1504.
- [12] MAGNAGO V, PALOPOLI L, PASSERONE R, et al. Effective landmark placement for robot indoor localization with position uncertainty constraints[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 68(11): 4443-4455.
- [13] KIM M, KIM C, HAN D, et al. CompFi: partially connected neural network using complex CSI data for indoor localization[C]//Proceedings of 2020 IEEE 91st Vehicular Technology Conference (VTC2020-Spring). Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-5.
- [14] CHEN P P, LIU F, GAO S W, et al. Smartphone-based indoor fingerprinting localization using channel state information[J]. IEEE Access, 2019, 7: 180609-180619.

- [15] AKAIKE H. A new look at the statistical model identification[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, 19(6): 716-723.
- [16] FISHLER E, GROSMANN M, MESSER H. Detection of signals by information theoretic criteria: general asymptotic performance analysis[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(5): 1027-1036.
- [17] PHAN A H, CICHOCKI A, MATSUOKA K, et al. Novel hierarchical ALS algorithm for nonnegative tensor factorization[C]//Proceedings of 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE Press, 2011: 1984-1987.
- [18] QIAN Y T, YE M C, ZHOU J. Hyperspectral image classification based on structured sparse logistic regression and three-dimensional wavelet texture features[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(4): 2276-2291.
- [19] CHEN H, SUN Y, GAO J, et al. Solving partial least squares regression via manifold optimization approaches[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30: 588-600.
- [20] VIJAYAKUMARI B, DEVI J G, MATHI M I. Analysis of noise removal in ECG signal using symlet wavelet[C]//Proceedings of 2016 International Conference on Computing Technologies and Intelligent Data Engineering (ICCTIDE'16). Piscataway: IEEE Press, 2016: 1-6.
- [21] SHALLU, NARAYAN Y, NANGLIA P. A comparative analysis for Haar wavelet efficiency to remove Gaussian and Speckle noise from image[C]//Proceedings of 2016 3rd International Conference on Computing for Sustainable Global Development (INDIACom). Piscataway: IEEE Press, 2016: 1473-1477.
- [22] OMID-ZOHOOR A, YOUNG C, TA D, et al. Toward always-on mobile object detection: energy versus performance tradeoffs for embedded HOG feature extraction[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2018, 28(5): 1102-1115.
- [23] JI L P, REN Y, LIU G S, et al. Training-based gradient LBP feature models for multiresolution texture classification[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(9): 2683-2696.
- [24] HU J, LIU D, YAN Z, et al. Experimental analysis on weight K-nearest neighbor indoor fingerprint positioning[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 6(1): 891-897.
- [25] ZHANG Y, ZHANG Q M. Research on APIT localization algorithm in wireless sensor networks[C]//Proceedings of 2018 Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Piscataway: IEEE Press, 2018: 5487-5491.
- [26] WU Z F, XU Q, LI J N, et al. Passive indoor localization based on CSI and naive Bayes classification[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 48(9): 1566-1577.
- [27] EJLALI N, HOSSEINI S M. Adaptive control parameterization method by density functions for optimal control problems[J]. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 2019, 37(2): 497-512.
- [28] ANDERSON T W. Asymptotic theory for principal component analy-

sis[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1963, 34(1): 122-148.

### [作者简介]



周牧 (1984- )，男，四川自贡人，博士，重庆邮电大学教授、博士生导师，主要研究方向为无线定位与感知、量子精密测量、多源信息融合与机器学习等。



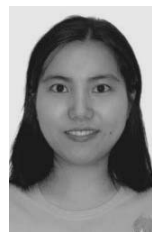
龙玥辛 (1998- )，女，四川宜宾人，重庆邮电大学硕士生，主要研究方向为室内无线定位、数据处理与深度学习等。



蒲巧林 (1988- )，女，四川遂宁人，博士，重庆邮电大学讲师、硕士生导师，主要研究方向为室内定位、位置隐私、网络优化等。



王勇 (1987- )，男，云南邵通人，博士，重庆邮电大学讲师、硕士生导师，主要研究方向为室内定位、深度学习等。



何维 (1995- )，女，四川南充人，重庆邮电大学博士生，主要研究方向为机器学习、人机交互技术等。